2. SAYI SİSTEMLERİ VE KODLAR

Sayı sistemleri iki ana gruba ayrılır.

1. **Sabit Noktalı Sayı Sistemleri**
2. **Kayan Noktalı Sayı Sistemleri**

2.1. Sabit Noktalı Sayı Sistemleri

2.1.1. Ondalık Sayı Sistemi

Günlük yaşantımızda kullandığımız sayı sistemi ondalık (decimal) sayı sistemidir. Ayrıca 10 tabanlı sistem olarak da adlandırılır ve bu sistemde on tane sembol kullanılır.

Semboller : 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9

Ondalık sayı sisteminin genel biçimi ve terminolojisi aşağıda verilmiştir.

Tam Kısım				Kesir Kısmı	
2	**3**	**4**	**.**	**5**	**6**
↑			↑		↑
En büyük Değerli Basamak (Most Significant Digit,MSD)			Ondalık Nokta (Decimal Point, DP)		En Küçük Değerli Basamak (Least Significant Digit, LSD)

234.56_{10} =234.56D

Basamak Değeri ↓   Basamak Ağırlığı

$$234.56_{10} = 2 \times 10^{+2} + 3 \times 10^{+1} + 4 \times 10^{+0} + 5 \times 10^{-1} + 6 \times 10^{-2}$$

↑ Taban Değeri

2.1.2. İkili Sayı Sistemi

İkili (Binary) sayı sistemi, sayısal elektronik sistemlerinde yaygın olarak kullanılır. Günlük yaşantımızda kullandığımız ondalık sayı sisteminden iki yönlü dönüşüm yapılarak kullanılır. Bu sistemde, Boole cebrinde doğru ve yanlışı belirtmek üzere iki tane sembol kullanılır.
Semboller : 0,1
İkili sayı sisteminin genel biçimi ve terminolojisi aşağıda verilmiştir.

1 0 1 1 . 0 1

↑ En büyük Değerli Bit (Most Significant Bit, MSB)
↑ İkili Nokta (Binary Point, BP)
↑ En Küçük Değerli Bit (Least Significant Bit, LSB)

1101.01_2 =1101.01B

Basamak Değeri ↓ — Basamak Ağırlığı — Taban Değeri ↑

$$1101.01_2 = 1 \times 2^{+3} + 1 \times 2^{+2} + 0 \times 2^{+1} + 1 \times 2^{+0} + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2}$$

İki tabanlı sistemden on tabanlı sisteme dönüşüm için daha önce verilen kuvvet serisi şeklindeki açılım kullanılarak iki tabanlı sayının on tabanlı değeri elde edilmiştir.
$1101.01_2 = 13.25_{10}$

$13.25_{10} = (?)_2$
Birinci kısımda önce tamsayı kısmın dönüşümü yapılır.

$$\frac{\mathbf{13}}{\mathbf{2}} = \mathbf{6} + \textbf{kalan 1}$$
$$\frac{\mathbf{6}}{\mathbf{2}} = \mathbf{3} + \textbf{kalan 0}$$
$$\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}} = \mathbf{1} + \textbf{kalan 1}$$
$$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} = \mathbf{0} + \textbf{kalan 1}$$

Buradan 1 1 0 1 elde edilir.

İkinci ve son kısımda ise kesirli kısmın dönüşümü yapılır.
0.25 x 2 = 0.5 tam kısmı 0
0.5 x 2 = 1.0 tam kısmı 1

Sonuç olarak **1 1 0 1 . 0 1** elde edilir.
$13.25_{10} = 1101.01_2$

2.1.3. Sekizli Sayı Sistemi

2.1.4. Onaltılık Sayı Sistemi

Onaltılık (Hexadecimal, Hex) sayı sistemi, sayısal elektronik sistemlerinde mikroişlemci temelli uygulamalarda yaygın olarak kullanılır.
Semboller 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F
Onaltılık sayı sisteminin genel biçimi ve terminolojisi aşağıda verilmiştir.

1 A 3 . 1 F

En büyük Değerli Basamak (Most Significant Digit, MSD)	On altılı Nokta (Hexadecimal Point)	En Küçük Değerli Basamak (Least Significant Digit, LSD)

On altı tabanlı sayı sisteminin gösterimi ve sayıların kuvvet serisi şeklindeki açılımı aşağıda verilmiştir

Basamak Değeri — Basamak Ağırlığı

$$1A3.1F_{16} = 1 \times 16^{+2} + 10 \times 16^{+1} + 3 \times 16^{+0} + 1 \times 16^{-1} + 15 \times 16^{-2}$$

Taban Değeri

$1A3.1F_{16} = 1A3.1FH$
Onaltılık sistemden ondalık sisteme dönüşüm için bir örnek aşağıda verilmiştir. Burada daha önce verilen kuvvet serisi şeklindeki açılım kullanılarak onaltılık sayının ondalık değeri elde edilmiştir.

$1A3.1F_{16} = 419.12109375_{10}$

$419.12109375_{10} = (\ ?\ )_{16}$

Birinci kısımda önce tamsayı kısmın dönüşümü yapılır.

$$\frac{419}{16} = 26 + \text{kalan } 3$$

$$\frac{26}{16} = 1 + \text{kalan } 10$$

$$\frac{1}{16} = 0 + \text{kalan } 1$$

Buradan **1 A 3** elde edilir.

İkinci ve son kısımda ise kesirli kısmın dönüşümü yapılır.

0.12109375 x 16 = 1.9375 tam kısmı **1**

0.9375 x 16 = 15.0 tam kısmı **15**

Buradan **0 . 1 F** elde edilir.

Sonuç olarak **1 A 3 . 1 F** elde edilir.

$$\mathbf{419.12109375_{10} = 1A3.1F_{16}}$$

$16=2^4$ olduğu için onaltılık sistemden ikili sisteme dönüşüm için onaltılık sayının her basamağına karşılık olarak 4-bitlik ikili kodu yazılarak elde edilebilir.

$$\mathbf{1A3.1F_{16} = 0001\ 1010\ 0011.0001\ 1111_2}$$

İkili sistemden onaltılık sisteme dönüşüm için ikili sayı 4-bitlik gruplara ayrılır ve bunların onaltılık karşılığı ($16=2^4$ olduğu için bunu yapmaya hakkımız var) yazılarak elde edilmesi aşağıda verilmiştir.

$$\mathbf{1011\ 1001.0111_2 = B9.7_{16}}$$

2.1.5. İkili Kodlanmış Ondalık Sayı Sistemi

İkili kodlanmış ondalık (Binary Coded Decimal, BCD) sayı sistemi, ikili sayıların ondalık karşılıklarının fiziksel dış dünyada gösterilmesini sağlamak üzere sayısal elektronik sistemlerinde yaygın olarak kullanılır.
Semboller 0, 1

BCD sayı sisteminin genel biçimi ve terminolojisi aşağıda verilmiştir.

0111	**0011**	**.**	**0010**	**0101**
7	**3**	**.**	**2**	**5**

Ondalık sistemden BCD sisteme dönüşüm, her bir ondalık basamak ayrı ayrı 4-bit ikili sayıya dönüştürülerek yapılır.

$$\mathbf{73.25_{10} = 0111\ 0011\ .\ 0010\ 0101_{BCD}}$$

BCD sistemden ikili sisteme dönüşüm için sayı önce ondalık nokta referans alınarak 4-bit gruplara ayrılır ve her bir 4-bit ikili sayı bağımsız olarak ondalık sayıya dönüştürülür. Sonra ondalık sayı ikili sayıya dönüştürülerek BCD sistemden ikili sisteme dönüşüm yapılır.

$$\mathbf{0111\ 0011\ .\ 0010\ 0101_{BCD} = 73.25_{10} = 1001001.01_{2}}$$

İkili sistemden BCD sisteme dönüşüm yapmak için önce ikili sayı ondalık sayıya dönüştürülür. Sonra ondalık sistemden BCD sisteme dönüşüm için her bir ondalık basamak ayrı ayrı 4-bit ikili sayıya dönüştürülür.

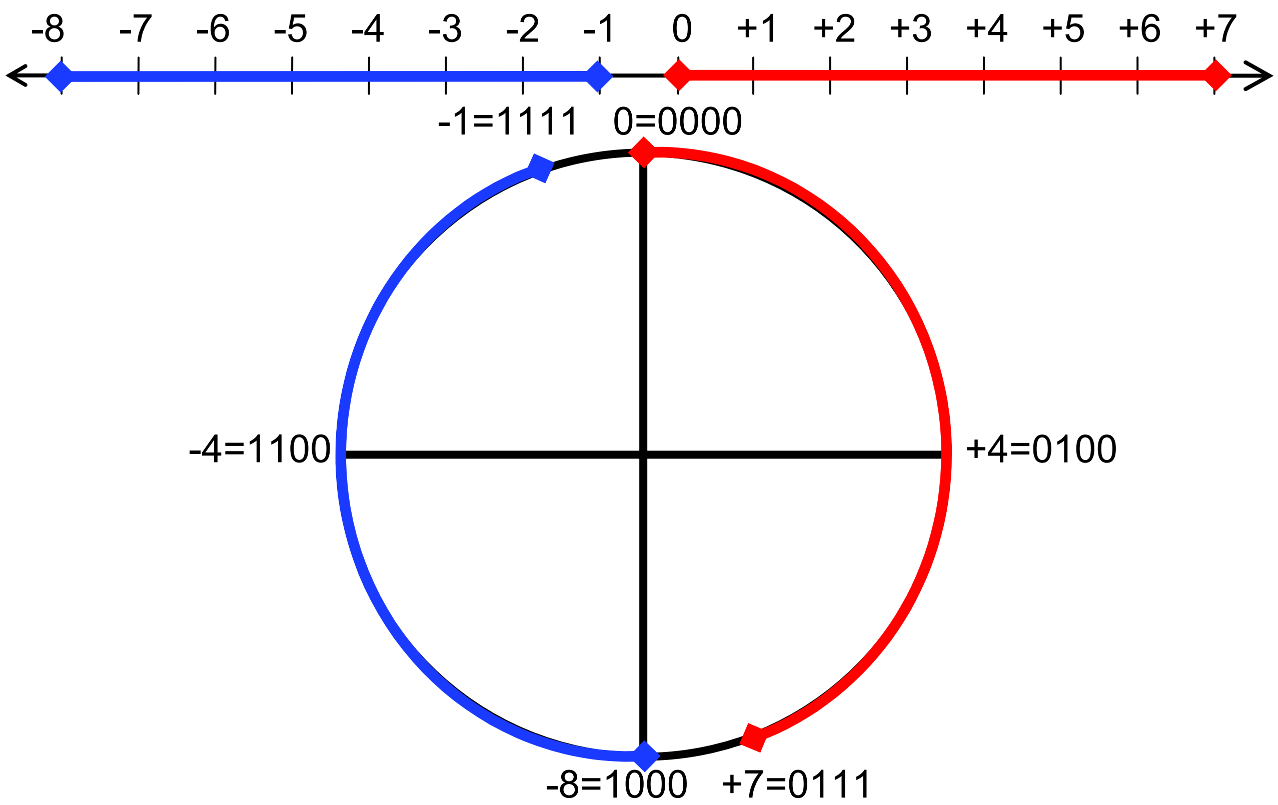
$$\mathbf{1001001.01_{2} = 73.25_{10} = 0111\ 0011\ .\ 0010\ 0101_{BCD}}$$

2.2. İşaretli Sayılar

Tablo 2-1 İkili sayıların (4-bit) işaretli gösterimi

Ondalık Değer	İşaretli 2'ye tümleyen	İşaretli 1'e tümleyen	İşaretli büyüklük
+ 7	0111	0111	0111
+ 6	0110	0110	0110
+ 5	0101	0101	0101
+ 4	0100	0100	0100
+ 3	0011	0011	0011
+ 2	0010	0010	0010
+ 1	0001	0001	0001
+ 0	0000	0000	0000
- 0	——	1111	1000
- 1	1111	1110	1001
- 2	1110	1101	1010
- 3	1101	1100	1011
- 4	1100	1011	1100
- 5	1011	1010	1101
- 6	1010	1001	1110
- 7	1001	1000	1111
- 8	1000	——	——

Buradaki gösterim şekilleri Şekil 2-1 ile karşılaştırıldığında en uygun ve verimli olan 2'ye tümleyen işaretli tamsayı gösterimidir ve matematiğe de en uygun olan şekildir.



Şekil 2-1 İşaretli tamsayılar ile 2’ye tümleyen sayıların grafik gösterimi

Pozitif İşaretli sayılardan negatif işaretli sayıların elde edilmesi :

1'e Tümleme İle Pozitif Sayıların Negatif Karşılığının Elde Edilmesi	2'ye Tümleme İle Pozitif Sayıların Negatif Karşılığının Elde Edilmesi
+ 5 → 0101 - 5 → 1010	; önce sayının 1'e tümleyeni bulunur. + 5 → 0101 1010 + 1 ; sonra 1 eklenir. - 5 → 1011
1010B	1011B
İkili Sistemde	On altılı Sistemde
+ 15 = 0000 1111 1'e tümleme 1111 0000 + 1 1111 0001	+ 2A 1'e tümleme FF – 2A = D5 + 1 - 2A = D6
- 15 →1111 0001B	- 2AH →D6H

2.3. Kayan Noktalı Sayı Sistemleri

32-bit ikili sayı ile işaretsiz olarak 0 ile 4,294,967,295 veya

2'ye tümleyen işaretli olarak -2,147,483,648 ile 2,147,483,647 arasında ondalık sayıları gösterebiliriz. Daha büyük ve küçük değerli sayıları, ancak bilimsel gösterimden yararlanarak kayan noktalı (Floating Point) sayılar biçiminde gösterebiliriz. Aşağıda IEEE/ANSI 754 standardına uygun bir 32-bit kayan noktalı sayı biçimi gösterilmiştir.

b31	b30 b23		b22 b0
İşaret	**Üst (127 eklenmiş)**	**(1.)**	**Kesir (sayının değeri)**
1-bit	8-bit		23-bit (+ doğal halinden 1-bit)

Kayan Noktalı Sayıların (FPN, Floating Point Number) genel biçimi aşağıda verilmiştir.

FPN)r = F x r^E

İki tabanı için kayan noktalı sayının genel biçimi aşağıda verilmiştir.

$A = (-1)^S \cdot f \cdot 2^e$, S : işaret biti, e : üst kısmı, f : kesir kısmı

FPN_2 biçimindeki kayan noktalı sayıların sınır değerleri aşağıda verilmiştir.

m = 8 için üst kısmın sınırları :

$-126 \leq f \leq 128$

en küçük ve en büyük değer :

$eb = 1$, $e = -126$, $f = 000000$
$(2^{-126}) = 1.18 \times 10^{-38}$

$eb = 255$, $e = 128$, $f = 7FFFFF$
$(2^{128} \cdot 2) = 3.4 \times 10^{+38} \times 2 = 6.8 \times 10^{+38}$

Örnek 1 :

$45.781_{10}=101101.11001_2$ sayısı IEEE 32-bit normalize FPN_2 gösterimi:

Önce sayının en büyük ağırlıklı biti dışında tamamı kesir haline getirilir.

$101101.11001_2 = 1.0110111001 \times 2^5$

İşaret biti = 0 (pozitif)

Üst (E_{xs}) = 5 + 127 = 132_{10} = 10000100_2

Kesir (F) = 0110111001…00 (MSB = 1 gösterilmez)

b31	**b30 ….b23**		**b22…………….. …………. b0**
0	**10000100**	**(1.)**	**01101110010000000000000**

Bunun sonucunda IEEE normalize FPN

FPN_2 = $01000010001101110010000000000000_2$=42**<u>3</u>**72000h

Örnek 2 :

0.15625 için e = -3 , f = 1.01000000000000000000000

Örnek 3 :

0.1 için e = -4 , f = $1.10011001100110011001100_2$

Dönüşümden elde edilen bu 32-bit kayan noktalı sonuç yeniden ondalık sayıya dönüştürülürse 0.099999994039536 elde edilir.

Örnek 4 :

1.0 için e = 0 , f = 1.00000000000000000000000

Örnek 5 :

$1.23 \times 10^{+3}$ için e = 10 , f = 1.00110011100000000000000

2.4. Aritmetik İşlemler

İkili sayılar ile dört işlem (toplama, çıkarma, çarpma ve bölme), özelliklede toplama ve çıkarma işlemleri sayısal elektronik sistemlerin programlanmasında sıkça kullanılan işlemlerdir.

2.4.1. Toplama / Çıkarma İşlemi

İkili sayılar ile yapılan toplama işlemi, işleme giren sayıların karşılıklı bitleri bit bit toplanır ve oluşması halinde eldenin bir sonraki toplamaya eklenmesi şeklinde yapılır. Bu toplama işleminde işleme giren sayılar, 2'ye tümleyen işaretli değerler ise doğal olarak sayıların işareti dikkate alınarak doğru sonuç elde edilir. Çıkarma işlemi ise, toplama işlemine giren ikinci sayının işareti değiştirilerek gerçekleştirilir.

+ 15	0000 1111	**+ 15**	0000 1111	**- 15**	1111 0001	**- 15**	1111 0001
+ 08	0000 1000	**- 08**	1111 1000	**+ 08**	0000 1000	**- 08**	1111 1000
+ 23	0001 0111	**+ 07**	0000 0111	**- 07**	1111 1001	**- 23**	1110 1001

2BH=43D, 78H=120D

+	2B	+ 2B	2B	- 2B	D5	- 2B	D5
+	78	- 78	88	+ 78	78	- 78	88
(+)	A3	(-)	B3	(+)	~~1~~ 4D	(-)	~~1~~ 5D

2.4.2. Çarpma İşlemi

İkili sayılarla çarpma işlemi, çarpan sayının çarpılan sayının bütün bitleri ile tek tek lojik “VE” işlemine sokulması ve çarpan sayının her bir biti için sola ötelenerek toplanması ile elde edilir.

İkili Sistemde	On altılı Sistemde
5 x 4 = 20	24 x 26 = 624
0101B x 0100B ———— 0000 0000 0101 + 0000 ———— 0010100	18H x 1AH ———— F0 + 18 ———— 270
0010100B	270H

2.4.3. Bölme İşlemi

Bölme işlemi, bölünen sayının bölen sayı ile karşılaştırılarak çıkarılması ve bu işleme bölünen sayının bölen sayıdan küçük olana kadar devam edilmesi şeklinde yapılır.

İkili Sistemde	On altılı Sistemde
50/5=10	9CH/06H
110010B/ 0101B 101 →(1) —— 001 101 101 →(01) —— 000 0 →(0)	9CH / 06H 6 →(1) —— 3C 3C →(A) —— 00
1010B	1AH

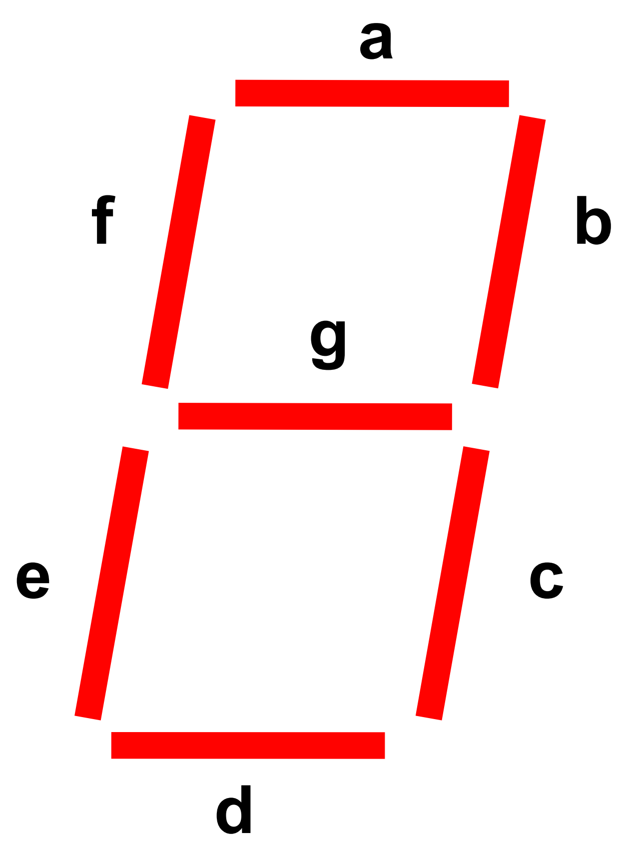
2.5. Kodlar

2.5.1. Sayısal Kodlar

İkili sayıların sıralamasını değiştirmek veya bunlara fiziksel anlam yüklemek gibi özellikler katılmasıyla elde edilen sayı gruplarına, yapılan kodlama ile ilgili bir ad verilir.

Tablo 2-2 Çok kullanılan bazı ikili kodlanmış ondalık kodlar

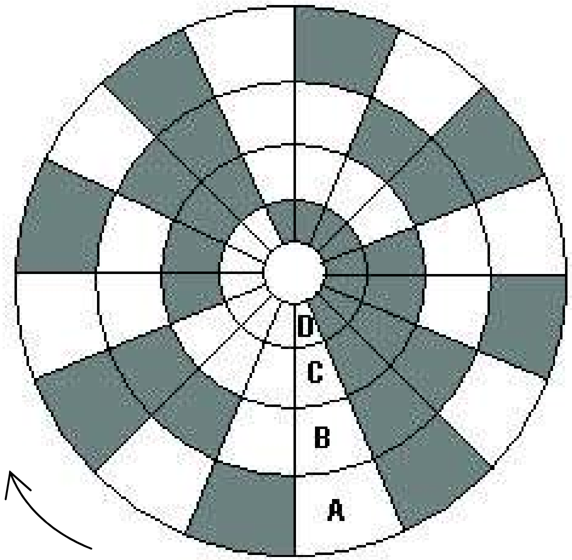
Ondalık Sayı	2421 Kodu	3-Fazla Kodu	7-parçalı LED (aktif "0") gfedcba
0	0000	0011	1000000
1	0001	0100	1111001
2	0010	0101	0100100
3	0011	0110	0110000
4	0100	0111	0011001
5	1011	1000	0010011
6	1100	1001	0000011
7	1101	1010	1111000
8	1110	1011	0000000
9	1111	1100	0011000



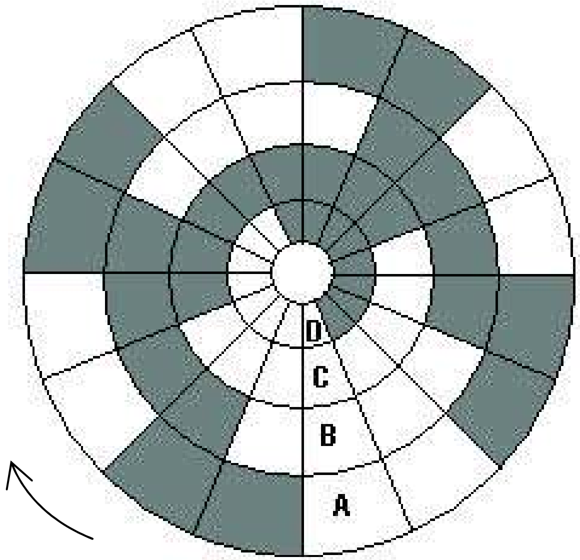
Şekil 2-2 Bir 7-parçalı göstergenin harfli kodlaması

Tablo 2-3 Çok kullanılan ikili kodlar

Ondalık Sayı	**4-bit İkili DCBA**	**"Gray" DCBA**
0	0000	0000
1	0001	0001
2	0010	0011
3	0011	0010
4	0100	0110
5	0101	0111
6	0110	0101
7	0111	0100
8	1000	1100
9	1001	1101
10	1010	1111
11	1011	1110
12	1100	1010
13	1101	1011
14	1110	1001
15	1111	1000



(a) ikili kodlanmış disk



(b) Gray kodlanmış disk

Şekil 2-3 Mil açısı kodlayıcı diskler

2.5.2. Alfa Nümerik Kodlar

Fiziksel dünyada bilgi iletişimde kullanılan semboller yalnız sayıları içermez. Bunlara ek olarak büyük ve küçük harfler, noktalama ve özel işaretler de kullanılır.

Bunlardan en yaygın olanı Tablo 2-4'de verilen 128 sembolden oluşan ASCII (**A**MERICAN **S**TANDARD **C**ODE for **I**NFORMATION **I**NTERCHANGE, Bilgi Değişimi için Standart Amerikan Kodu) alfa nümerik kodudur.

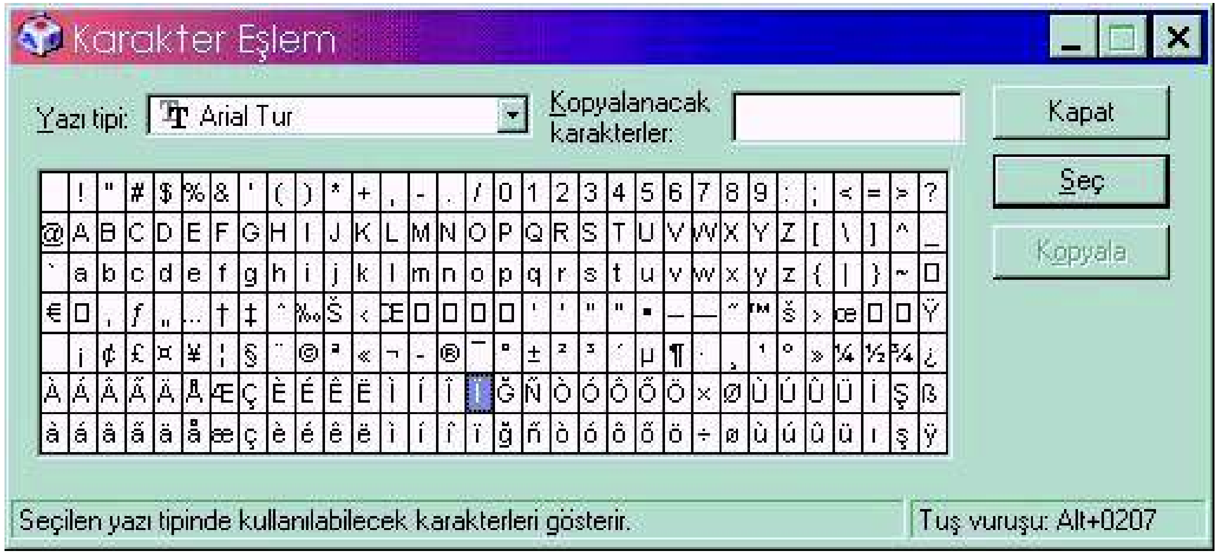
Ör : ‘A’ = 41H = 65

Tablo 2-4 ASCII tablosu

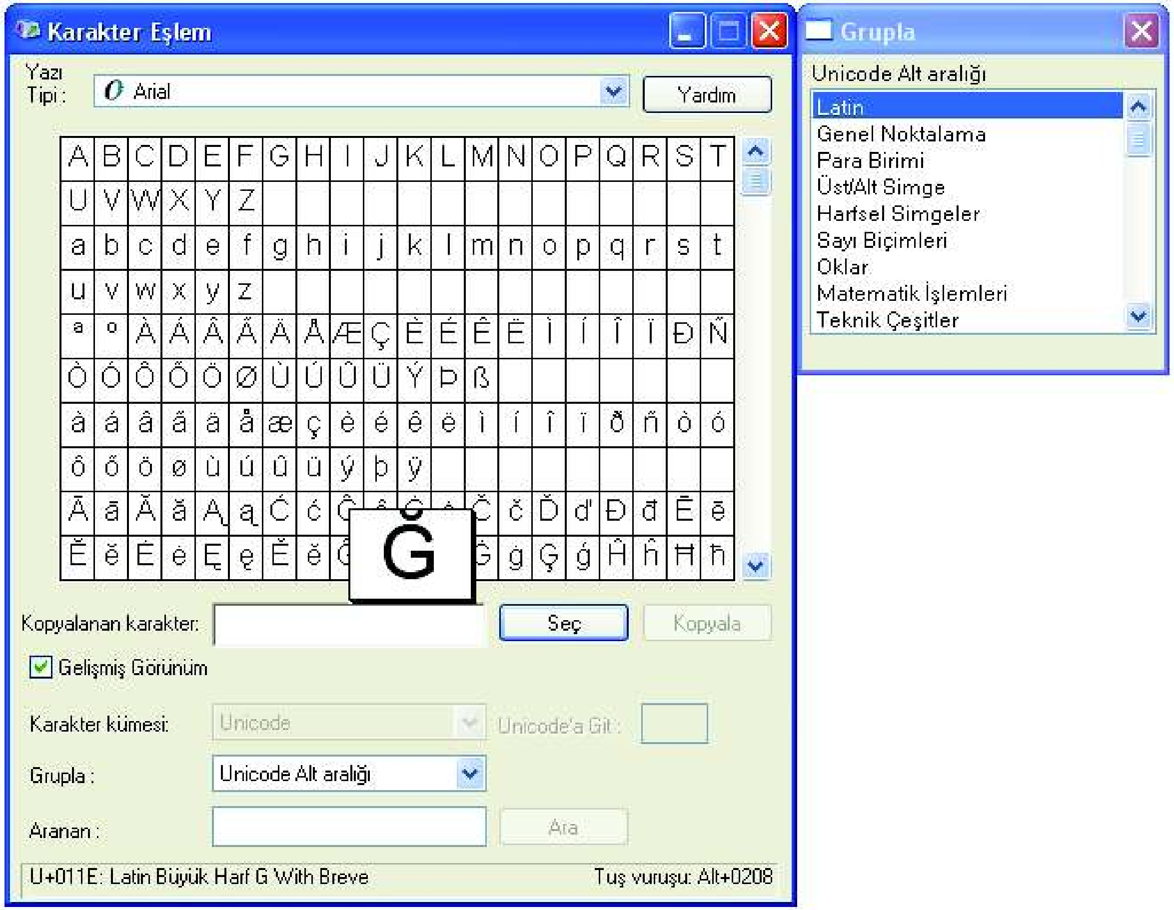
	MSB →							
LSB ↓ *Hex*	0	1	2	3	4	5	6	7
0	NUL	DLE	Boşluk	0	@	P	`	p
1	SOH	DC1	!	1	A	Q	a	q
2	STX	DC2	"	2	B	R	b	r
3	ETX	DC3	#	3	C	S	c	s
4	EOT	DC4	$	4	D	T	d	t
5	ENQ	NAK	%	5	E	U	e	u
6	ACK	SYN	&	6	F	V	f	v
7	BEL	ETB	'	7	G	W	g	w
8	BS	CAN	(	8	H	X	h	x
9	HT	EM	)	9	I	Y	i	y
A	LF	SUB	*	:	J	Z	j	z
B	VT	ESC	+	;	K	[	k	{
C	FF	FS	,	<	L	\	l	|
D	CR	GS	-	=	M	]	m	}
E	SO	RS	.	>	N	^	n	~
F	SI	US	/	?	O	_	o	DEL

IBM uyumlu bilgisayarlarda EBCDIC (**E**XTENDED **BCD I**NTERCHANGE **C**ODE, Bilgi Değişimi için Genişletilmiş BCD Kodu) karakter kod tabloları kullanılır. Bu gelişmiş karakter kodu, ASCII koduna ek olarak fazladan 128 tane daha karakter kodu içerir ve bilginin yanında değişik uluslara göre özel karakterleri değişir.

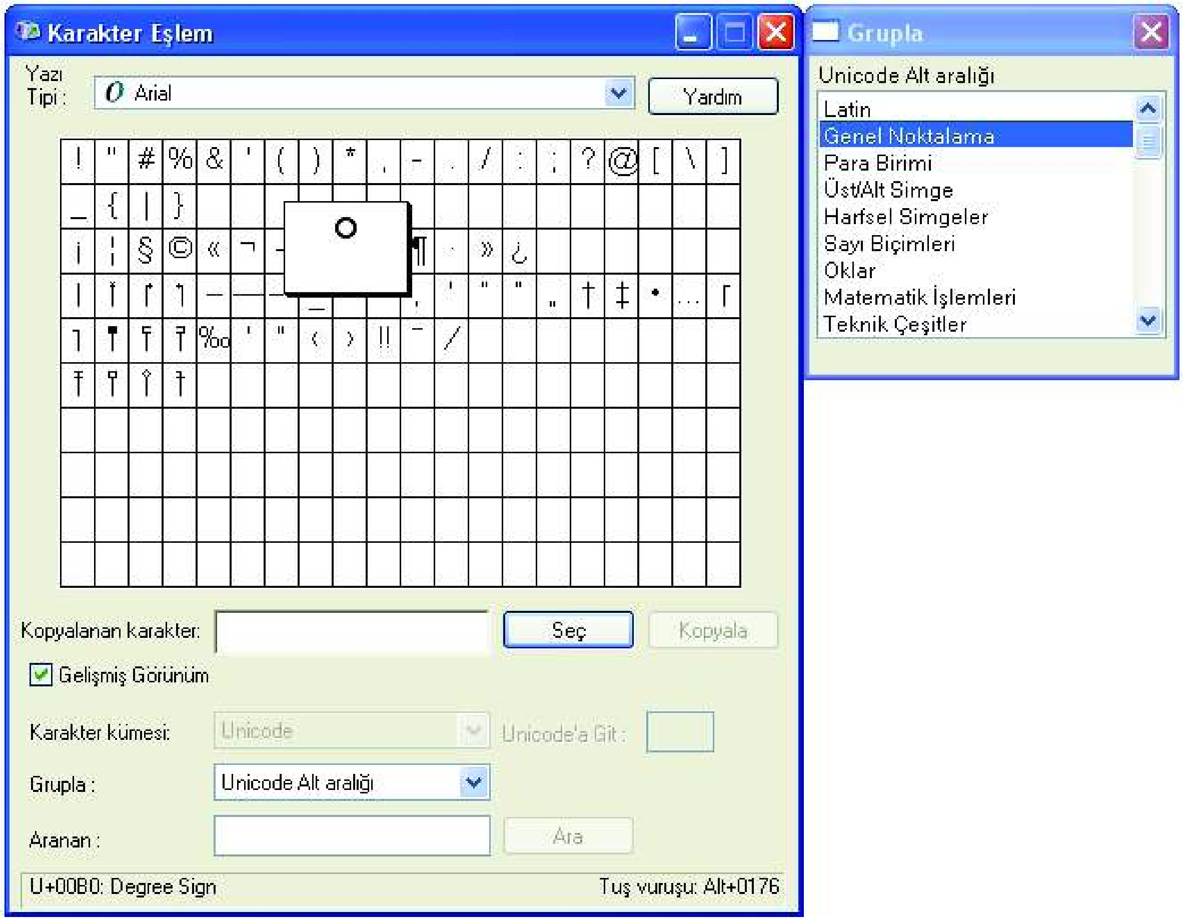
Tablo 2-5 Bir EBCDIC tablosu

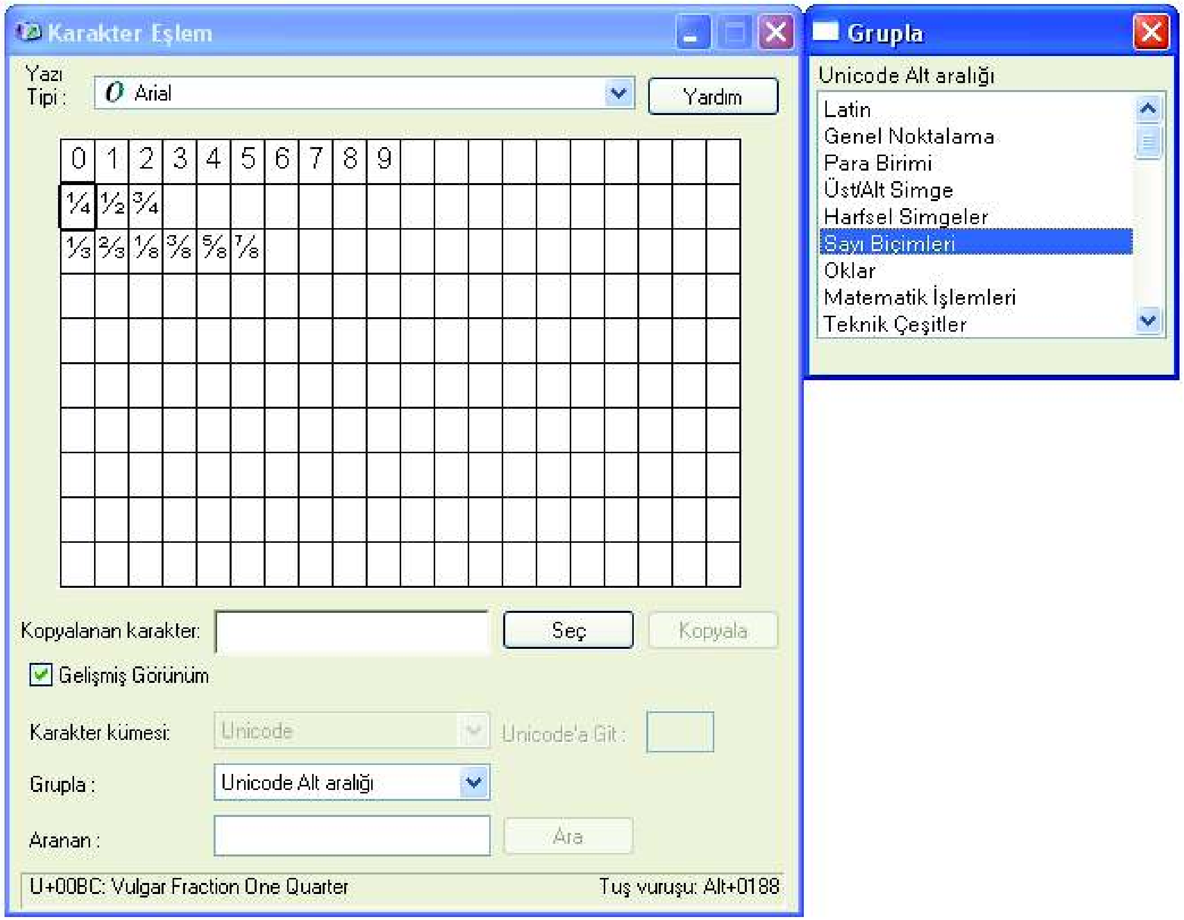


Ör : ‘Ğ’ = D0H = 208


Karakter Eşlem
Yazı Tipi :
Arial
Yardım
Kopyalanan karakter:
Seç
Kopyala
Gelişmiş Görünüm
Karakter kümesi:
Unicode
Unicode'a Git :
Grupla :
Unicode Alt aralığı
Aranan :
Ara
U+011E: Latin Büyük Harf G With Breve
Tuş vuruşu: Alt+0208
Grupla
Unicode Alt aralığı
Latin
Genel Noktalama
Para Birimi
Üst/Alt Simge
Harfsel Simgeler
Sayı Biçimleri
Oklar
Matematik İşlemleri
Teknik Çeşitler

2.24


Karakter Eşlem
Yazı Tipi :
Arial
Yardım
Kopyalanan karakter:
Seç
Kopyala
Gelişmiş Görünüm
Karakter kümesi:
Unicode
Unicode'a Git :
Grupla :
Unicode Alt aralığı
Aranan :
Ara
U+00B0: Degree Sign
Tuş vuruşu: Alt+0176
Grupla
Unicode Alt aralığı
Latin
Genel Noktalama
Para Birimi
Üst/Alt Simge
Harfsel Simgeler
Sayı Biçimleri
Oklar
Matematik İşlemleri
Teknik Çeşitler


Karakter Eşlem
Yazı Tipi :
Arial
Yardım
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
¼ ½ ¾
⅓ ⅔ ⅛ ⅜ ⅝ ⅞
Kopyalanan karakter:
Seç
Kopyala
Gelişmiş Görünüm
Karakter kümesi:
Unicode
Unicode'a Git :
Grupla :
Unicode Alt aralığı
Aranan :
Ara
U+00BC: Vulgar Fraction One Quarter
Tuş vuruşu: Alt+0188
Grupla
Unicode Alt aralığı
Latin
Genel Noktalama
Para Birimi
Üst/Alt Simge
Harfsel Simgeler
Sayı Biçimleri
Oklar
Matematik İşlemleri
Teknik Çeşitler

Mikroişlemci Sistemleri 1. YIL İÇİ ÖDEVİ   Y. Doç. Dr. Tuncay UZUN

1. ASCII (**A**merican **S**tandard **C**ode for **I**nformation **I**nterchange) tablosunu çizerek gösteriniz. Bu tabloda yer alan kod gruplarını ve kullanım amaçlarını belirtiniz. Kontrol kodlarının çalışma fonksiyonlarını kısaca açıklayınız.

Not: A4 Kareli kâğıda elle çizilip yazılacaktır. Kâğıt ikiyüzlü kullanılacak ve bir yapraktan fazla kâğıt kullanılmayacaktır.

SÜRE: 1 hafta   BAŞARILAR DİLERİM.